

GKVコードの概要

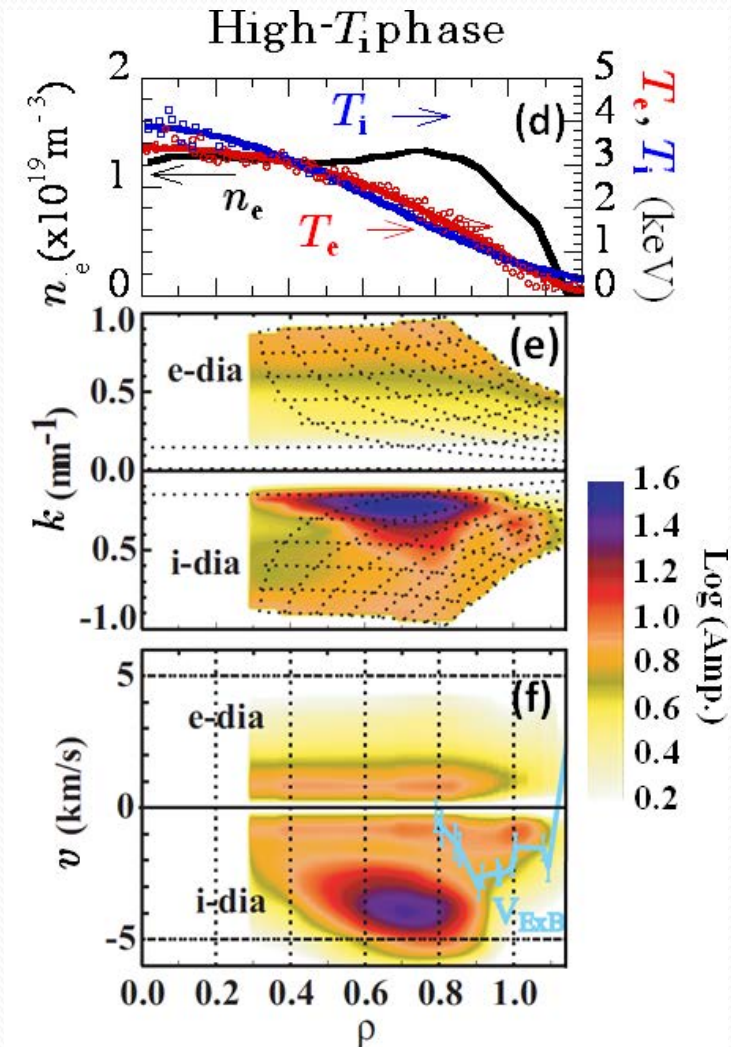
渡邊智彦(名大・理)

共同開発者: 洲鎌英雄、沼波政倫、石澤明宏
仲田資季、前山伸也

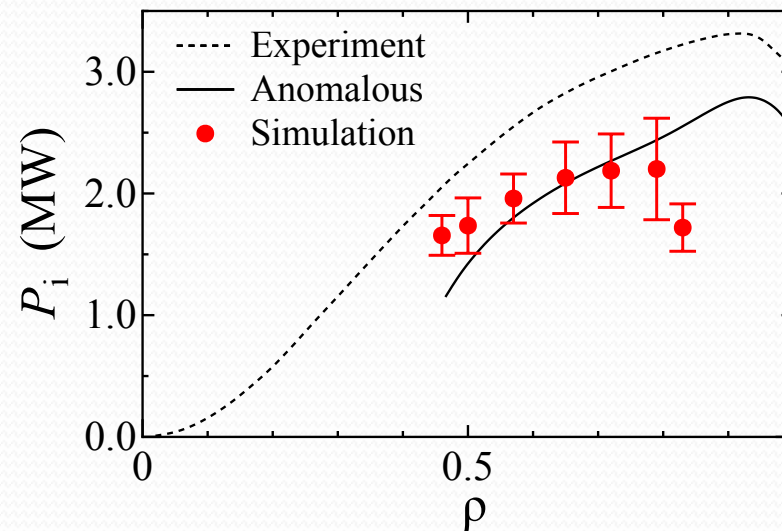
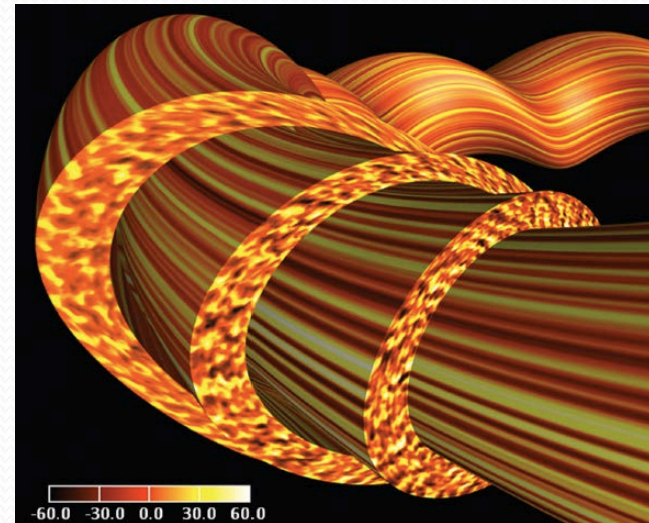
GKVコード

- ジャイロ運動論的シミュレーションコード
 - 磁場閉じ込めプラズマ中の乱流やゾーナルフローの時間発展を追跡
 - フラックスチューブを用いた局所モデル
 - 背景磁場、密度・温度勾配を固定し、揺動のみを扱う
 - 電磁場揺動および複数粒子種を導入
 - トカマクおよびヘリカル形状に対応
 - 実験に対応した磁場配位の導入
 - エントロピー・バランスによる精度チェックと相互作用解析

LHDプラズマへの適用例



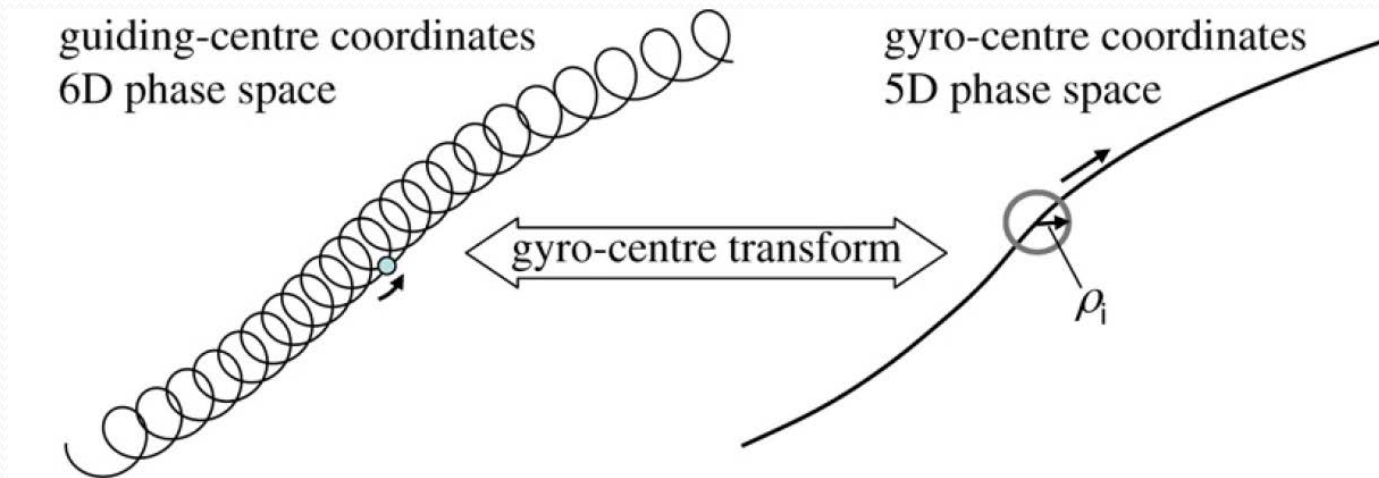
Tanaka et al. PFR 2010



Nunami et al. PoP 2012

ジャイロ運動論について

- 荷電粒子のジャイロ運動を平均し、速い振動成分を除去
- 位相空間座標は、6次元から5次元に低減



- 磁場に垂直方向にジャイロ半径程度、平行方向に装置サイズ程度の波長を持つ揺らぎ(バルーニング型)を精度よく扱う
- 捕捉粒子・非捕捉粒子、磁場ドリフト、ランダウ減衰、有限ジャイロ半径、などの運動論的效果を取り入れる

どのような現象に適用するか

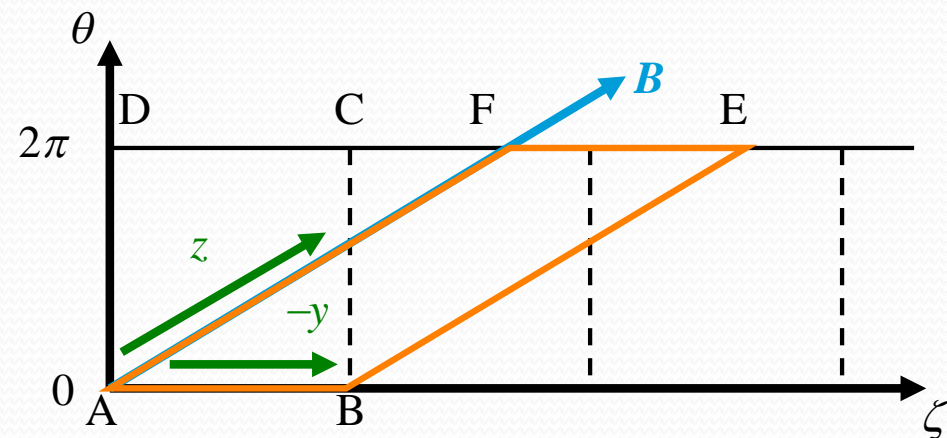
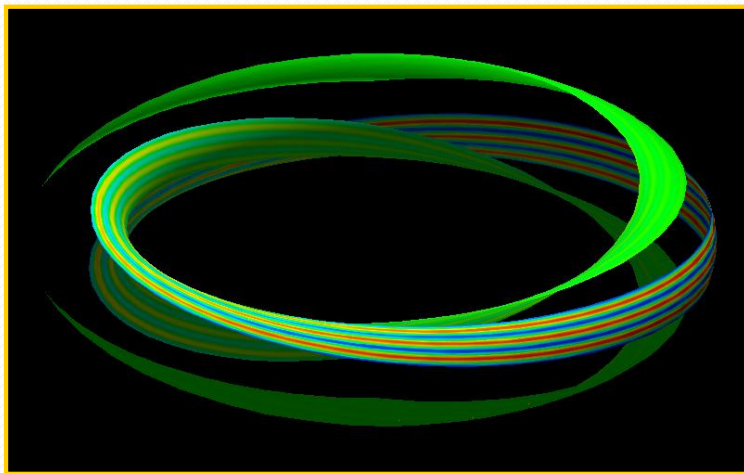
- ドリフト波不安定性およびドリフト波乱流
 - イオン/電子温度勾配モード (ITG/ETG)
 - 捕捉電子モード (TEM)
 - 運動論的バルーニングモード (KBM)
 - 微視的ティアリングモード (MTM)
- ゴーナルフロー、測地的音波モード (GAM)
- 運動論的Alfven波
- 磁気リコネクション
- 減衰/駆動型運動論的乱流

現状のGKVコードではできないこと

- 平衡分布の緩和 ⇒ 輸送コードへ
- 低(m, n)モード ⇒ MHDコードへ
- 加熱、粒子供給 ⇒ 密度・温度分布固定
- 過渡応答 ⇒ 摂動部分なら可能?
- 磁気音波 ⇒ 拡張可能
- 背景ExB流シヤ、回転効果 ⇒ 拡張途中
- 多種粒子間衝突 ⇒ 拡張済み・整備中
- 平行電場による非線形効果 ⇒ GK ordering で消去

フラックスチューブモデルとは

- 局所的なプラズマ乱流を扱う理論モデル (Beer+ PoP 95)
- 磁力線に沿って細長いシミュレーション領域を設定
 - 磁力線を横切る方向(ρ, ζ)と磁力線方向(θ)の曲線座標
 - バルーニング構造をあらわすのに有利
- 大域的なパラメータを一定と仮定
 - 密度・温度勾配、磁気シアなど
 - ジャイロ運動論オーダリングと整合



GKVで解いている方程式 (1)

摂動ジャイロ運動論的方程式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \tilde{f}_s}{\partial t} + v_{\parallel} \nabla_{\parallel} \tilde{f}_s + \mathbf{v}_{sD} \cdot \nabla \tilde{f}_s + \tilde{\mathbf{v}}_E \cdot \nabla \left(\tilde{f}_s + \frac{e_s F_{sM}}{T_s} \langle \tilde{\phi} \rangle_{\xi} \right) - \frac{\mu \nabla_{\parallel} B}{m_s} \frac{\partial \tilde{f}_s}{\partial v_{\parallel}} \\ & = -\frac{e_s F_{sM}}{T_s} \left[v_{\parallel} \left(\nabla_{\parallel} \langle \tilde{\phi} \rangle_{\xi} + \frac{\partial \langle \tilde{A}_{\parallel} \rangle_{\xi}}{\partial t} \right) + \mathbf{v}_{sD} \cdot \nabla \langle \tilde{\phi} \rangle_{\xi} - \mathbf{v}_{s*} \cdot \nabla \langle \tilde{\phi} - v_{\parallel} \tilde{A}_{\parallel} \rangle_{\xi} \right] \\ & + \sum_s C_{s,s'}(\tilde{f}_s, \tilde{f}_{s'}) \end{aligned}$$

ジャイロ運動論的Poisson方程式

$$\nabla^2 \tilde{\phi}(\mathbf{x}) = -\frac{1}{\varepsilon_0} \sum_s e_s \int \tilde{f}_s(\mathbf{X}, v_{\parallel}, \mu) \delta(\mathbf{X} + \boldsymbol{\rho}_s - \mathbf{x}) d^6 Z - \frac{e_s F_{sM}}{T_s} [\tilde{\phi}(\mathbf{x}) - \langle \tilde{\phi} \rangle_{\xi}(\mathbf{x})]$$

ジャイロ運動論的Ampere則

$$\nabla^2 \tilde{A}_{\parallel}(\mathbf{x}) = -\mu_0 \sum_s e_s \int v_{\parallel} \tilde{f}_s(\mathbf{X}, v_{\parallel}, \mu) \delta(\mathbf{X} + \boldsymbol{\rho}_s - \mathbf{x}) d^6 Z$$

(s: 粒子種)

GKVで解いている方程式 (1')

- Abbreviations

$$\nabla_{||} = \mathbf{b} \cdot \nabla$$

$$\mathbf{v}_{sD} = \frac{m_s v_{||}^2 + \mu B}{e_s B} \mathbf{b} \times \nabla \ln B$$

$$\mathbf{v}_{s*} = \frac{T_s}{e_s B} \mathbf{b} \times \left[\nabla \ln n_s + \left(\frac{m_s v_{||}^2}{2T_s} + \frac{\mu B}{T_s} - \frac{3}{2} \right) \nabla \ln T_s \right]$$

$$\tilde{v}_E = \frac{1}{B} \mathbf{b} \times \nabla \langle \tilde{\phi} - v_{||} \tilde{A}_{||} \rangle_{\xi}$$

$$\langle \tilde{\phi} \rangle_{\xi} = \frac{1}{2\pi} \int \tilde{\phi} d\xi$$

$$\langle \bar{\phi} \rangle_{\xi}(\mathbf{x}) = \frac{1}{n_s} \int \langle \tilde{\phi} \rangle_{\xi} F_{sM} \delta(\mathbf{X} + \boldsymbol{\rho}_s - \mathbf{x}) d^6 Z$$

ブラックスチューブ座標

- 座標系

- $x = c_x(\rho_F - \rho_0)$, $y = c_y[q(\rho_F)\theta_F - \zeta_F]$, $z = \theta_F$
- $(\rho_F, \theta_F, \zeta_F)$: 平衡分布を表す任意の磁気座標
- $x \in [-L_x, +L_x]$, $y \in [-L_y, +L_y]$, $z \in [-N_\theta\pi, +N_\theta\pi]$
- $z = 0$ on the outward midplane

- 背景分布のパラメータを固定

- 動径方向に周期境界条件を適用可能

- 摂動量のFourier表現

$$\begin{aligned} A &= A(x, y, z) = \sum_{k_\perp} \tilde{A}_{k_\perp}(z) e^{ik_x x + ik_y y} \\ &= \sum_{k_\perp} \tilde{A}_{k_\perp}(\theta_F) e^{i(k_x + c_\theta \hat{s} \theta_F k_y) c_x (\rho_F - \rho_0) + ik_y c_y (q_0 \theta_F - \zeta_F)} \\ \hat{s} &= \frac{\rho_0}{q_0} \frac{dq}{d\rho_F}, \quad c_\theta = \frac{c_y q_0}{\rho_0} \end{aligned}$$

磁力線方向の境界条件

- トーラスにおける周期性
 - $A[x, y(\theta_F, \zeta_F), z(\theta_F)] = A[x, y(\theta_F + 2\pi, \zeta_F), z(\theta_F + 2\pi)]$
- よって、磁力線方向の境界条件は
 - $\tilde{A}_{\mathbf{k}_\perp}(z) = c_{k_y} \tilde{A}_{\mathbf{k}_\perp + \delta \mathbf{k}_\perp}(z + 2\pi)$
 - $\delta \mathbf{k}_\perp = -2\pi c_\theta \hat{s} \theta k_y \nabla x$, $c_{k_y} = \exp(i2\pi q_0 k_y c_y)$
- バルーニング表現との類似から、 z 空間を拡張すると
 - $\tilde{A}_{\mathbf{k}_\perp}(z) = c_{k_y} \tilde{A}_{\mathbf{k}_\perp + \delta \mathbf{k}_\perp}(z + 2N_\theta \pi)$
 - $\delta \mathbf{k}_\perp = -2N_\theta \pi c_\theta \hat{s} k_y \nabla x$, $c_{k_y} = \exp(i2N_\theta \pi q_0 k_y c_y)$
- アスペクト比への制約 (m : 整数)
$$\left| \frac{\delta k_x}{k_{x,min}} \right| = \left| \frac{k_y}{k_{y,min}} \right| N_\theta m, \quad m = 2\pi c_\theta \hat{s} \frac{k_{y,min}}{k_{x,min}}$$

GKVで解いている方程式 (2)

波数空間(k)での表現

$$\begin{aligned} & \frac{\partial f_{sk}}{\partial t} + v_{||} \nabla_{||} f_{sk} + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_{SD} f_{sk} + N_{sk} - \frac{\mu \nabla_{||} B}{m_s} \frac{\partial f_{sk}}{\partial v_{||}} \\ &= -\frac{e_s F_{SM}}{T_s} \left[v_{||} \left(\nabla_{||} J_{0sk} \phi_k + \frac{\partial J_{0sk} A_{||k}}{\partial t} \right) + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_{SD} J_{0sk} \phi_k - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_{s*} J_{0sk} (\phi_k - v_{||} A_{||k}) \right] \\ &+ \sum_s C_{s,s'}(f_{sk}, f_{s'k}) \end{aligned}$$

$$\left[k_{\perp}^2 + \frac{1}{\epsilon_0} \sum_s \frac{e_s^2 n_s}{T_s} (1 - \Gamma_{0sk}) \right] \phi_k = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_s e_s \int J_{0sk} f_{sk} dv^3$$

$$k_{\perp}^2 A_{||k} = \mu_0 \sum_s e_s \int v_{||} J_{0sk} f_{sk} dv^3$$

(s : 粒子種)

GKVで解いている方程式 (2')

- Abbreviations

$$\nabla_{\parallel} = \frac{1}{B\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial z}$$

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_{sD} = \frac{m_s v_{\parallel}^2 + \mu B}{e_s} (K_x k_x + K_y k_y)$$

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_{s*} = -\frac{T_s}{e_s} \left[\frac{1}{L_{ns}} + \left(\frac{m_s v_{\parallel}^2}{2T_s} + \frac{\mu B}{T_s} - \frac{3}{2} \right) \frac{1}{L_{Ts}} \right] k_y$$

$$N_{sk} = - \sum_{\mathbf{k}' + \mathbf{k}'' = \mathbf{k}} (k'_x k''_y - k'_y k''_x) J_{0sk'} (\phi_{k'} - v_{\parallel} A_{\parallel k'}) \left(f_{sk''} + \frac{e_s F_{sM}}{T_s} J_{0sk''} \phi_{k''} \right)$$

$$F_{sM} = n_s \left(\frac{m_s}{2\pi T_s} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{m_s v_{\parallel}^2}{2T_s} - \frac{\mu B}{T_s} \right)$$

GKVで解いている方程式 (2'')

- Abbreviations (continued)

$$J_{0sk} = J_0(k_{\perp}\rho_s)$$

$$\Gamma_{0sk} = I_0(k_{\perp}^2\rho_{ts}^2)\exp(-k_{\perp}^2\rho_{ts}^2)$$

$$k_{\perp}^2 = g^{xx}k_x^2 + 2g^{xy}k_xk_y + g^{yy}k_y^2$$

$$K_x = -\frac{\partial \ln B}{\partial y} + \frac{g^{xz}g^{xy} - g^{xx}g^{yz}}{B^2/c_b^2} \frac{\partial \ln B}{\partial z}$$

$$K_y = \frac{\partial \ln B}{\partial x} + \frac{g^{xz}g^{yy} - g^{xy}g^{yz}}{B^2/c_b^2} \frac{\partial \ln B}{\partial z}$$

$$\frac{1}{L_{n_s}} = -\frac{d \ln n_s}{dx}$$

$$\frac{1}{L_{T_s}} = -\frac{d \ln T_s}{dx}$$

GKVで解いている方程式 (3)

- Lenard-Bernstein モデル衝突項

$$C_{sk}^{LB} = v_s \left[\frac{\partial}{\partial v_{\parallel}} \left(v_{\parallel} h_{sk} + v_{ts}^2 \frac{\partial h_{sk}}{\partial v_{\parallel}} \right) + \frac{1}{v_{\perp}} \frac{\partial}{\partial v_{\perp}} \left(v_{\perp}^2 h_{sk} + v_{ts}^2 v_{\perp} \frac{\partial h_{sk}}{\partial v_{\perp}} \right) - k_{\perp}^2 \rho_{ts}^2 h_{sk} \right]$$

$$h_{sk} = f_{sk} + e_s F_{sM} J_{0sk} \phi_k / T_s$$

- [...]内の最後の項は、ジャイロ中心のBohm拡散項
- 運動量 / エネルギーは保存しない
- 速度空間格子幅に対し適切な v_s を設定すれば数値誤差抑制
- 多種粒子衝突項 (Sugama+2009)も実装済みだが、公開コードでは後日サポート予定

GKVコードでの無次元化

- 基準となる量

- 平衡分布、磁力線方向の揺動長の単位 L_{ref} (=主半径 R_0)
- 磁力線垂直方向の揺動長の単位 = ジャイロ半径 ρ_{ref}
- 速度の単位 = 熱速度 v_{ref} , 時間の単位 = $L_{\text{ref}}/v_{\text{ref}}$
- 質量 m_{ref} , 電荷 e_{ref} , 数密度 n_{ref} , 温度 T_{ref}
 - 各成分ごとに $m_e/m_{\text{ref}}, m_i/m_{\text{ref}}$ や $T_e/T_{\text{ref}}, T_i/T_{\text{ref}}$ などを与える
 - $v_{\text{ref}} = \sqrt{T_{\text{ref}}/m_{\text{ref}}}$

通常、何れかの成分をreferenceに

- 変動量の規格化 (~付きは無次元量)

$$\check{f}_{sk} = \frac{L_{\text{ref}} v_{ts}^3}{\rho_{\text{ref}} n_s} f_{sk}, \quad \check{\phi}_k = \frac{L_{\text{ref}} e_{\text{ref}}}{\rho_{\text{ref}} T_{\text{ref}}} \phi_k, \quad \check{A}_{\parallel k} = \frac{L_{\text{ref}} e_{\text{ref}} v_{\text{ref}}}{\rho_{\text{ref}} T_{\text{ref}}} A_{\parallel k}$$

- 輸送係数の規格化

$$\check{\chi} = \frac{L_{\text{ref}}}{\rho_{\text{ref}}^2 v_{\text{ref}}} \chi = \chi / \chi^{GB}$$

局所モデルでは
 $\rho_*^{-1} = L_{\text{ref}} / \rho_{\text{ref}}$ の値は不定

無次元化された方程式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \check{f}_{sk}}{\partial \check{t}} + \check{v}_{ts} \check{v}_{\parallel} \check{\nabla}_{\parallel} \check{f}_{sk} + i \check{\mathbf{k}} \cdot \check{\mathbf{v}}_{sD} \check{f}_{sk} + \check{N}_{sk} - \check{v}_{ts} \check{\mu} \check{\nabla}_{\parallel} \check{B} \frac{\partial \check{f}_{sk}}{\partial \check{v}_{\parallel}} \\ & = - \frac{\check{e}_s \check{F}_{sM}}{\check{T}_s} \left[\check{v}_{ts} \check{v}_{\parallel} \left(\check{\nabla}_{\parallel} J_{0sk} \check{\phi}_k + \frac{\partial J_{0sk} \check{A}_{\parallel k}}{\partial \check{t}} \right) + i \check{\mathbf{k}} \cdot \check{\mathbf{v}}_{sD} J_{0sk} \check{\phi}_k - i \check{\mathbf{k}} \cdot \check{\mathbf{v}}_{s*} J_{0sk} (\check{\phi}_k - \check{v}_{ts} \check{v}_{\parallel} \check{A}_{\parallel k}) \right] \end{aligned}$$

$$\left[\check{\lambda}_D^2 \check{k}_{\perp}^2 + \sum_s \frac{\check{e}_s^2 \check{n}_s}{\check{T}_s} (1 - \Gamma_{0sk}) \right] \check{\phi}_k = \sum_s \check{e}_s \check{n}_s \int J_{0sk} \check{f}_{sk} d\check{v}^3$$

$$\check{k}_{\perp}^2 \check{A}_{\parallel k} = \check{\beta} \sum_s \check{e}_s \check{n}_s \int \check{v}_{ts} \check{v}_{\parallel} J_{0sk} \check{f}_{sk} d\check{v}^3$$

無次元化されたデバイ長と β

$$\check{\lambda}_D^2 = \frac{\lambda_{D,\text{ref}}^2}{\rho_{\text{ref}}^2}, \quad \beta = \frac{v_{\text{ref}}^2}{V_{A,\text{ref}}^2} = \frac{\rho_{\text{ref}}^2}{c^2 / \omega_{p,\text{ref}}^2}$$

GKVの数値スキーム

- 時間積分
 - 4次精度Runge-Kutta-Gill (時間刻み幅調整機能付き)
- 空間微分
 - (x, y) : FFTを用いたスペクトル法 (with 3/2-rule)
 - z : 4次中心差分 or 5次風上差分
 - (v_{\parallel}, μ) : 4次中心差分, v_{\perp} についての等間隔格子
- 速度空間積分
 - 台形公式 + $v_{\perp} = 0$ 近傍での補正
- 使用する数値計算ライブラリ
 - **FFTW は必須**
 - 他は様々なライブラリ向けにインターフェースを用意

GKVでの並列化

- MPI領域分割と通信
 - 分布関数揺動の6次元複素配列($k_x, k_y, z, v_{\parallel}, \mu, s$)を($k_y, z, v_{\parallel}, \mu, s$)の5次元領域分割
 - ポテンシャル揺動などは、(k_x, k_y, z)を(k_y, z)で分割
 - (z, v_{\parallel}, μ)では差分にともなう1対1通信
 - (v_{\parallel}, μ, s)で電荷・電流密度計算にともなうreduction通信
 - (k_x, k_y)ではFFTにともなう転置通信
 - binary データは分割されたまま出力される
- OpenMPを用いた共有並列
 - スレッドによる並列計算
 - master / slave スレッドを利用した通信と演算のoverlap

おわりに

- 皆さんの研究に是非GKVコードをご活用ください
- 今後も継続的にメンテナンス/バージョンアップ予定
- ダウンロードサイトを準備予定(後日)
- 利用上の注意
 - コードの著作権は開発者に帰属します
 - 非営利研究には自由に使ってください
 - 結果の正しさは必ずしも保証しません
 - 配布されたコードから変更を加えて実行した結果を公表する場合は、変更点を論文などに明記してください
 - GKVを使用した論文では、以下の文献を引用してください
 - Watanabe, T-H., and H. Sugama. "Velocity-space structures of distribution function in toroidal ion temperature gradient turbulence." *Nuclear Fusion* 46.1 (2005): 24.